

ACOUSTIQUE
ET
MUSIQUE

Collection Technologies

Dans la même collection

Guillaume Denis *Jeux vidéo, enjeux éducatifs* Une application à l'enseignement de la musique jazz

M. Santamouris, J. Adnot, S. Alvarez, N. Klitsikas, M. Orphelin, C. Lopes, F. Sanchez *Cooling the cities / Rafrâchir les villes*

Sophie Rémont, Jérôme Gosset, Roland Masson *Le démantèlement des installations nucléaires*

Jean-Jacques Bézian, Pierre Barlès, Claude François, Christian Inard *Les émetteurs de chaleur* Étude comparée

Du même auteur chez d'autres éditeurs

Le violon, 1965, Hermann

La machine à écouter Essai de psycho-acoustique, 1977, Masson

E. LEIPP

Directeur de Recherche au CNRS

Responsable du Laboratoire d'Acoustique de l'Université de Paris VI

ACOUSTIQUE

ET

MUSIQUE

Données physiques et technologiques.

Problèmes de l'audition des sons musicaux.

**Principes de fonctionnement et signification acoustique
des principaux archétypes d'instruments de musique.**

Les musiques expérimentales.

L'acoustique des salles.

PRESSES DES MINES



Première édition aux Presses des Mines, cet ouvrage est une reproduction de la 4ème et dernière édition en 1984 chez Masson.

© TRANSVALOR - Presses des MINES, 2010

© Photo de couverture : Daniel Fargue

60, boulevard Saint-Michel - 75272 Paris Cedex 06 - France

email : presses@mines-paristech.fr

<http://www.mines.paristech.fr/Presses>

ISBN : 978-2-911256-39-4

Dépôt légal : 2010

Achevé d'imprimer en 2010 (Paris)

Tous droits de reproduction, de traduction, d'adaptation et d'exécution réservés pour tous les pays

Préface

La réédition d'*Acoustique et musique* répond à une demande qui ne s'est pas tarie depuis l'épuisement des derniers exemplaires en 1994. Ce fait est d'autant plus surprenant que l'acoustique a connu depuis un essor considérable, notamment grâce au développement des techniques numériques du son. Les recherches se sont multipliées, complexifiées, spécialisées, et c'est peut-être la raison pour laquelle il n'existe pas encore d'ouvrage équivalent en français, traitant de l'ensemble des questions soulevées par l'acoustique des communications humaines, sous son double aspect physique et perceptif.

Les techniques ont changé mais la démarche scientifique est toujours d'actualité. L'auteur est un chercheur venu à l'acoustique musicale avec une double formation de musicien et de luthier. Les questions dont il traite sont toujours en prise avec les problèmes pratiques et prennent en compte à chaque instant l'oreille humaine doublement présente dans la chaîne des communications sonores, de l'émission à la réception.

Destiné à l'origine aux élèves préparant le professorat de musique, ce livre a pris place naturellement sur l'établi des luthiers et dans la bibliothèque des musiciens.

Emile Leipp a fondé le laboratoire d'acoustique de la Faculté des Sciences de Paris en 1962, et dès les premières recherches il a mis l'accent sur l'étude des sons réels, évolutifs en adoptant la représentation spectrographique du sonographe nouvellement introduit en France. Avec la création du Groupe d'Acoustique Musicale, le laboratoire est devenu rapidement le lieu de rendez-vous de personnalités incroyablement diverses : musicologues et ethnologues, compositeurs et instrumentistes, facteurs d'instruments et spécialistes de la reproduction des sons ou de la mise en onde, médecins ou physiciens. Il n'est que de consulter la liste des bulletins du GAM édités après chaque réunion, dont certains constituent encore des études uniques sur des sujets originaux.

A l'adresse des lecteurs de 2010, nous proposons en guise d'introduction à leur lecture cette définition de l'acoustique musicale en forme de plaidoyer qui est aussi un beau programme de recherche.

"L'acoustique musicale (...), berceau des recherches primitives, renferme, condensée et riche de l'expérience acquise par un travail patient au cours des siècles, une solution

extrêmement instructive au problème général de l'émission de signaux acoustiques à partir d'une source d'énergie très limitée et de dispositifs techniquement élémentaires, avec efficacité et sans fatigue ni lassitude pour l'auditeur." (E. Leipp, R.Siestrunck, Quelques méthodes et problèmes de l'Acoustique, *Annales de l'Université de Paris*, Année 1968, N°2).

Michèle Castellengo, septembre 2010

Avant-propos

Beaucoup d'élèves ingénieurs sont musiciens amateurs, ou à tout le moins, mélomanes. S'ils ne le sont plus, souvent à cause des conditions de travail imposées en classes préparatoires, ils gardent le regret d'avoir renoncé à un tel plaisir ; pourtant, en école d'ingénieurs, ils peuvent poursuivre ou reprendre une pratique musicale. C'est ainsi qu'à MINES ParisTech, les élèves ont la possibilité d'avoir accès à des concerts en tous genres via le bureau des arts des élèves ou de participer à une fanfare, lointain écho des pays miniers.

D'où l'idée de leur proposer un enseignement conjuguant leur « passion musicale » et les sciences de l'ingénieur, différemment de la formation qu'ils ont assez souvent suivie dans les conservatoires de musique, basée sur l'Autorité du solfège, la maîtrise technique du jeu instrumental et les arcanes de l'interprétation. Chaque année, nous proposons ainsi à une classe d'élèves de différentes écoles d'ingénieurs réunis pour l'occasion, un enseignement pluridisciplinaire d'une semaine associant des enseignants-chercheurs de MINES ParisTech et de Télécom Paris dans les sciences physiques et humaines (physique, matériaux, traitement du signal, mais aussi sociologie et histoire des sciences) avec des partenaires extérieurs (équipe Lutheries-Acoustique-Musique de Paris 6, laboratoire et musée de la musique, CNSMDP), tous scientifiques et musiciens, quand ils ne sont pas facteurs d'instruments.

Leur point commun est de proposer une approche scientifique, historique et critique qui interroge les conventions musicales, en restitue la signification (psycho)acoustique et le sens culturel (gammes, tempéraments, harmonies...). L'approche scientifique prend alors toute sa puissance critique, au rebours de l'enseignement strictement artistique de la musique qui s'en tient souvent aux codes du langage, sans les expliquer vraiment.

De ce point de vue, l'ouvrage *Acoustique et musique* donne le ton : la discipline renouvelée par Emile Leipp, l'acoustique musicale, rassemble tous les intervenants – scientifiques, musiciens, facteurs - autour de l'effet sensible auditif.

Notre enseignement, qui s'intitule *Science, musique, histoire* (<http://www.ensmp.fr/ingenieurciv/SitesIC/MSH/>) trouve naturellement sa place

dans le cycle ingénieurs civils des mines, non sans rapport avec le cours *Démontage moteur*, puisqu'il démonte les instruments et les codes.

La puissance critique d'une approche scientifique pluridisciplinaire tournant autour de la perception produit des effets de connaissance qui augmentent notre plaisir et nous rendent auditeurs actifs, et non plus seulement consommateurs passifs de culture. Car la question est bien celle que pose Emile Leipp dans sa préface : « Quelle est donc la nature du plaisir que donne la musique ? ».

Béatrice Avakian et Daniel Fargue

— Verges, bâtons, plaques.	287
— Les membranes	294

Quatrième partie

***Introduction aux musiques expérimentales
et à l'acoustique des salles***

CHAPITRE XVIII. — <i>Les musiques expérimentales.</i>	299
— Qu'est-ce que la musique ?.	299
— Les sons nouveaux.	302
— Les règles de composition	310
— Le point sur la musique par ordinateur en 1984.	314
CHAPITRE XIX. — <i>L'acoustique des salles</i>	324
— Généralités.	324
— L'acoustique des salles dans l'Antiquité	325
— L'acoustique des salles modernes	328
— Une méthode nouvelle, réaliste, pour tester l'acoustique d'un lieu d'écoute	336
CONCLUSIONS GÉNÉRALES	351
BIBLIOGRAPHIE	355
INDEX ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES	371
INDEX ALPHABÉTIQUE DES NOMS DE LIEUX ET DE PERSONNES	375

INTRODUCTION

DANS CET OUVRAGE, *il sera question de la musique avant toute chose... Mais que l'on ne s'y trompe pas : ce qui est en cause, c'est l'Acoustique dans son sens le plus large, c'est-à-dire, la Science générale des sons perçus et intégrés par l'homme. La musique aborde, en effet, tous les problèmes qu'étudie cette science. C'est même le seul domaine de l'acoustique où nous disposons de connaissances élaborées, empiriques certes et implicites, mais cohérentes et éprouvées par des siècles de pratique, sur le fonctionnement et le rayonnement des sources sonores et sur les propriétés de l' « Oreille ».*

L'acoustique musicale moderne se propose d'étudier systématiquement ces connaissances et tente d'en extraire les données fondamentales d'intérêt tout à fait général. Aussi bien les thèmes abordés ici concernent-ils autant le musicien que le facteur d'instruments, le psycho-physiologue, le praticien de l'enregistrement et de la reproduction des sons, celui de la parole et de ses anomalies, le spécialiste du bruit ou de l'acoustique des salles, voire le simple auditeur curieux.

La première version de cet ouvrage fut un cours d'acoustique musicale ronéotypé, destiné à l'origine à mes élèves de la classe de professorat du Conservatoire National Supérieur de Musique de Paris : elle comblait une lacune, car il n'existe aucun ouvrage sur cette matière. Entre temps, ce cours s'est considérablement enrichi, en particulier grâce aux observations et recherches de notre équipe du Laboratoire d'Acoustique de la Faculté des Sciences de Paris, dont j'ai la charge depuis 1963. Le laboratoire fut créé à cette époque comme département du Laboratoire de Mécanique Physique de la Faculté des Sciences de Paris, (Actuellement Université de Paris-VI) dirigé par M. le Professeur SIESTRUNCK, et nous y disposons des moyens les plus modernes d'analyse et de synthèse des sons.

Tel qu'il est, cet ouvrage est accessible à tout lecteur attentif, et nous espérons qu'il apportera à chacun des réponses satisfaisantes aux problèmes qui le préoccupent et, généralement, une information qu'il chercherait souvent vainement ailleurs.

E. LEIPP

PREMIÈRE PARTIE

NOTIONS DE PHYSIQUE ET DE TECHNOLOGIE ACOUSTIQUE

CHAPITRE PREMIER

GÉNÉRALITÉS

LA CHAÎNE DE COMMUNICATION DES MESSAGES ACOUSTIQUES

L'acoustique moderne, science des sons, est actuellement divisée en un certain nombre de branches bien définies que l'on retrouve dans les comptes rendus des congrès internationaux d'acoustique : acoustique physique, acoustique psycho-physiologique, bruit, parole, acoustique des salles, acoustique moléculaire, etc.

L'acoustique musicale, lorsqu'elle est mentionnée, passe pour un domaine mineur. On peut s'en étonner, si l'on considère qu'elle représente le seul domaine de l'acoustique où l'on dispose d'une expérience séculaire, solide parce qu'éprouvée, et qu'elle englobe la plupart des « spécialités ». Certes, il n'en a pas toujours été ainsi. Dans les temps anciens, l'acoustique musicale se confondait avec l'acoustique tout court : c'était la science des sciences ! Elle prétendait expliquer l'univers entier à l'aide d'une numérologie essentiellement déduite de manipulations du sonomètre à corde ⁽¹⁾. Les données

⁽¹⁾ Le sonomètre à corde est un appareil très simple. Il comporte une corde tendue sur une caisse de résonance, et un sillet mobile qui partage la corde en deux segments réglables à volonté. Les rapports de longueur simples ($1/2$, $2/3$, $3/4$, etc.) déterminent des intervalles musicaux remarquables : octave, quinte, quarte, etc., ce qui avait frappé les observateurs de l'Antiquité. Ce sonomètre n'a rien à voir avec l'appareil qui porte le même nom en électro-acoustique, et qui est un voltmètre perfectionné, mesurant, en décibels, le niveau des sons captés par un microphone.

obtenues ainsi, entremêlées de considérations métaphysiques, fournissaient les bases d'une vaste « harmonie universelle ». Les théoriciens et philosophes grecs, dont le plus connu est le personnage semi-mythologique de Pythagore, élaborèrent ainsi tout un corps de doctrine que l'on retrouve dans leurs traités.

A vrai dire l'un d'entre eux, Aristoxène, musicien lui-même selon toute probabilité, avait déjà émis quelques doutes sur la valeur des spéculations numériques en musique. Ce théoricien affirmait qu'il fallait tenir compte du « sentiment », ce mot recouvrant des réactions compliquées de l'homme, liées à peu près exclusivement, nous le savons maintenant, aux propriétés anatomo-physiologiques et au contenu des mémoires de chacun, facteurs extrêmement variables d'un individu à l'autre. Un point est sûr : les praticiens de la musique, comme de nos jours, se souciaient fort peu des traités théoriques. Ils vivaient les problèmes de la musique et savaient bien qu'on ne peut les ramener à quelques combinaisons de nombres entiers !

On continua cependant à enseigner les théories de l'acoustique musicale grecque pendant tout le Moyen Age (Boèce), et la Renaissance reprit, elle aussi, les thèmes et polémiques chers à l'Antiquité. Les disputes entre Galilée, le père de l'astronome, et Zarlín, maître de chapelle à Venise, sont significatives à cet égard et montrent qu'au XVI^e siècle, on en était à peu près au même point. Les premiers expérimentateurs « scientifiques » n'apparurent qu'au début du XVIII^e siècle, et Sauveur fut le précurseur de toute une lignée de chercheurs comme Chladni et Savart, promoteurs de la lutherie expérimentale. Nombreux furent dès lors ceux qui se penchèrent sur les problèmes de la génération et de la perception des sons musicaux. Le plus célèbre d'entre eux reste, à juste titre, Helmholtz, dont l'ouvrage fondamental (*Lehre der Tonempfindung* : Traité de la perception du son), paru en 1877, joua un rôle déterminant.

Helmholtz était à la fois physicien et physiologiste. Il fit une synthèse de ce qu'il savait des mathématiques, de la physique pure et expérimentale, de la physiologie et de la musique. Le retentissement de son ouvrage fut énorme ; Helmholtz éclipsa tous les autres chercheurs dont on oublia même les noms, souvent à grand tort, et ses théories ont des prolongements jusqu'à nos jours. Étayant sa théorie sur le fait musical, il semblait avoir épuisé le problème. Mais les hypothèses, les théories, les résultats, en toute recherche, sont toujours directement liés aux moyens d'investigation dont on dispose à un moment donné. Or, depuis moins d'un quart de siècle, nous vivons une véritable mutation en ce domaine. Toutes les activités humaines se sont renouvelées sous l'influence des progrès technologiques, y compris celles de la pensée... De même, nos moyens de recherche, en acoustique, se sont développés d'une façon incroyable, grâce en particulier à l'électronique, et nos connaissances se sont élargies au point que nous ne réussissons même plus à cerner l'ensemble de l'information disponible. Mais alors que les branches rentables de cette science (électro-acoustique, télécommunications, bruit, etc.) faisaient des progrès spectaculaires, l'acoustique musicale restait curieusement figée dans les préoccupations et les querelles stériles que lui avaient léguées les siècles passés : calcul des gammes, problèmes des intervalles, tentatives de justification arithmétique de notre harmonie occidentale, problème du diapason, etc.

Les véritables raisons de cette stagnation nous sont apparues petit à petit, au fur et à mesure de nos recherches. Tout d'abord, le terme même d'acoustique musicale est ambigu : l'acoustique est une science, la musique est un art, et, dès le début, cette double appartenance l'a rendue suspecte aux yeux de tous, scientifiques et musiciens. En effet, la science manipule des grandeurs physiques bien définies et s'intéresse aux phénomènes précis, reproductibles; mais l'art utilise des grandeurs psychologiques, floues par définition, puisque l'homme n'est pas normalisé, et s'intéresse à des phénomènes qui ne sont, en fait, jamais reproductibles en toute rigueur. Il semble donc que l'acoustique musicale implique des impératifs inconciliables : science exacte, ce n'est pas une science précise, et on comprend son discrédit auprès des scientifiques « purs ».

Autre difficulté : le musicien ne connaît généralement pas le langage scientifique. Si, d'aventure, il est informé des données actuelles de l'acoustique physique, technologique et psycho-physiologique, il ne peut manquer de remarquer bientôt qu'entre les lois connues de la science acoustique et la pratique de son art, tout rapprochement est manifestement impossible. Les « vrais » physiciens, eux-mêmes, comme Bouasse, qui se sont attaqués aux problèmes de l'acoustique musicale, ont rapidement constaté de leur côté qu'il ne pouvait, par exemple, être question d'appliquer aux instruments de musique les lois élémentaires de la physique et qu'il fallait se contenter d'observer l'allure des phénomènes si l'on ne voulait pas se fourvoyer de paradoxe en paradoxe. A leur décharge, il convient d'insister sur le fait que les physiciens ne disposaient pas, jusqu'à ces dernières années, des moyens expérimentaux spécifiques indispensables. Mais, chose curieuse, lorsque ces moyens sont apparus, ils les ont rejetés parce qu'ils leur semblaient trop imprécis. Or, c'est là une erreur de jugement : l'appareillage adéquat en recherche d'acoustique musicale n'est pas celui qui est le plus précis, mais celui qui est le mieux adapté au problème traité, celui qui fournit des documents susceptibles d'être mis en corrélation avec la sensation, celle-ci résultant d'une combinatoire de nombreuses variables.

Nous touchons ici la cause profonde du désintérêt et de la désaffection pour l'acoustique musicale, science interdisciplinaire, incluant un très large éventail de connaissances qu'un individu isolé peut difficilement prétendre posséder seul ! Il faudrait être à la fois facteur d'instruments, compositeur, musicien exécutant, physicien, physiologiste, psychologue, sociologue, pédagogue, etc. Seul un travail de groupe peut venir à bout des difficultés, car non seulement les variables en cause sont nombreuses, difficiles à saisir et à étudier, mais, de surcroît, elles réagissent les unes sur les autres, ce qui exclut toute possibilité de les étudier isolément. Pour montrer toute la complication du problème, il suffit de considérer l'ensemble de la chaîne de communication des messages musicaux avec tous ses maillons (fig. 1).

La musique est un message : de ce fait, elle suppose un émetteur, un canal de communication et un récepteur.

L'émetteur. — Tout commence dans le cerveau du compositeur. Après un long apprentissage des sons musicaux, de leurs règles d'association et d'exclu-

sion, il imagine un message, une « idée » musicale, qu'il transcrit sous une forme codée particulière : la partition. Dans la mesure où il connaît le code, l'exécutant est capable de décrypter, de déchiffrer la partition, qui représente pour lui un véritable programme de mouvements, en fonction duquel il envoie à ses muscles un certain nombre d'ordres. Les forces fournies par les muscles agissent sur une machine à faire des sons, l'instrument de musique. Celui-ci comporte très généralement un système excitateur (lèvres-embouchure, archet-corde, etc.) qui transforme la force disponible en mouvements, périodiques ou non. Ces mouvements sont communiqués à des « corps sonores » (colonnes d'air, plaques, etc.) qui, agissant sur l'air ambiant, amplifient le signal de l'excitation en le déformant et déterminent des vibrations aériennes susceptibles de se propager au loin. Une partie de ce signal retourne vers l'oreille de l'exécutant, ce « feed back » lui permettant de régler, de contrôler son jeu; l'autre partie passe dans le canal.

Le canal. — Il peut revêtir des aspects plus ou moins compliqués, entre le cas du canal direct, spatial (*a*), où les vibrations aériennes passent directement et quasi instantanément de l'instrument dans l'oreille du récepteur (fig. 1, *a*) et les canaux techniques plus ou moins compliqués.

Soit un musicien qui joue dans une certaine salle. Les sons qu'il émet sont captés par un microphone et enregistrés sur bande magnétique. Celle-ci constitue un « maillon temporel » : elle peut être relue en différé, ultérieurement, et le signal électrique délivré par la tête de lecture est alors amplifié et convoyé vers un haut-parleur qui reconstitue les vibrations aériennes originelles (1, *b*). Mais le signal peut aussi être enregistré sur magnétophone et transformé en ondes hertziennes (1, *c*). Captées par un poste de radio, celles-ci sont ensuite retransformées en vibrations acoustiques par l'intermédiaire d'un amplificateur et d'un haut-parleur. Un autre canal classique est constitué par le disque (1, *d*) : les signaux préalablement enregistrés au magnétophone passent à la gravure; une platine de lecture les reconstitue ensuite à volonté, toujours par l'intermédiaire d'un amplificateur et d'un haut-parleur. Enfin, les signaux peuvent être convoyés vers un analyseur qui les visualise sous forme de diagrammes variés et les décrit en grandeurs physiques. On peut imaginer d'autres canaux encore; mais on retiendra que tous, sans exception, déforment et amputent toujours plus ou moins les signaux qu'ils véhiculent, y ajoutant d'ailleurs leur propre bruit de fond.

Le récepteur. — Il comporte nécessairement un capteur, l'oreille humaine, et un centre de traitement de l'information recueillie, le cerveau humain. Ces deux maillons sont, en fait, assez mal connus, et, ce qui ne simplifie pas les choses, leurs propriétés varient largement avec les individus, l'homme n'étant pas normalisé; les réactions en fin de chaîne sont donc susceptibles de différer du tout au tout pour un même signal acoustique. Si l'on considère que le récepteur humain intervient trois fois au moins dans la chaîne de communication, on ne peut s'étonner des difficultés rencontrées par le spécialiste

en acoustique musicale, accrues encore du fait que les divers maillons ne peuvent être étudiés isolément, en raison de leurs interactions réciproques.

En résumé, l'acoustique musicale moderne se propose l'étude systématique de l'ensemble de la chaîne de communication des messages sonores. La représentation schématique que nous venons d'en donner dans le cas particulier de la musique, précise les sujets que nous serons amenés à étudier ici :

— NOTIONS DE PHYSIQUE ET DE TECHNOLOGIE ACOUSTIQUES indispensables. C'est ce qu'on ne peut ignorer sur les nombres, les unités de mesure, la génération et la propagation du son, ainsi que sur les appareillages électro-acoustiques utilisés pour déterminer la structure physique des signaux acoustiques.

— NOTIONS SUR L'AUDITION DES SONS, corrélation entre structure physique et perception des sons, musicaux en particulier. Nous proposons ici un modèle

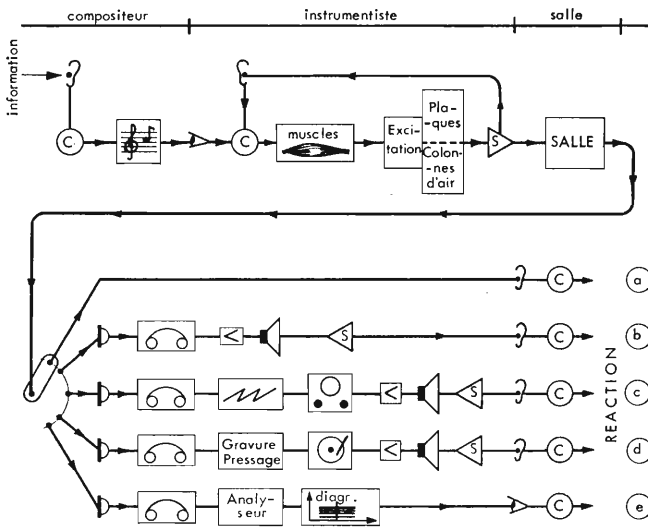
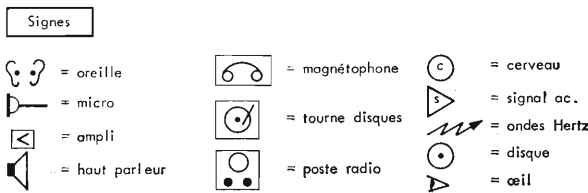


FIG. 1. — La chaîne de communication des messages musicaux. Elle part du cerveau du compositeur qui imagine le message; elle aboutit au cerveau de l'auditeur qui le « décode », et réagit en fonction des conventions préalablement établies entre émetteur et récepteur dans une société donnée. Le musicien instrumentiste matérialise le message sous forme de signaux acoustiques qui peuvent emprunter diverses voies : audition directe en salle, ou enregistrement et diffusion par divers procédés électro-acoustiques. Chaque maillon pose un certain nombre de problèmes particuliers dont la combinatoire compliquée détermine partiellement la réaction du récepteur. Pour comprendre celle-ci, il faut nécessairement posséder des idées claires sur la fonction et le fonctionnement des divers maillons.



de fonctionnement du système auditif humain que nous avons imaginé et qui permet de comprendre mieux de nombreux problèmes musicaux. Celui des intervalles et des gammes, cher à nos devanciers, est reconsidéré ici sous un jour nouveau grâce à ce que nous avons appris au contact de musiciens et de théoriciens de musiques extra-européennes.

— NOTIONS SUR LES INSTRUMENTS DE MUSIQUE TRADITIONNELS : description, principes de fonctionnement, rayonnement acoustique, problèmes spécifiques qu'ils posent (accord, jeu, etc.); étude de quelques archétypes intéressants.

— NOTIONS SUR L'ACOUSTIQUE DES SALLES, le rôle de celles-ci étant considérable.

— NOTIONS SUR LES MUSIQUES EXPÉRIMENTALES, qui ont dépassé le stade du laboratoire.

Le tour d'horizon que nous proposons sur tous ces problèmes, regroupe, d'une part, les connaissances technologiques et théoriques sur lesquelles l'accord entre spécialistes est à peu près réalisé, et qu'on ne peut plus ignorer; d'autre part, l'essentiel des résultats de nos recherches et observations personnelles. L'ensemble traduit un effort pour cerner les grandes lignes d'une doctrine générale et cohérente en acoustique musicale, sorte d'« outil à penser » dont nous allons successivement préciser les éléments. Nous commencerons par quelques considérations sur les nombres, leur manipulation et leur signification en acoustique.

CHAPITRE II

NOMBRES — PUISSANCES — LOGARITHMES UNITÉS DE MESURE ET DIAGRAMMES

« Tout est nombre » ! Cette formule lapidaire, idée-force des philosophes grecs de l'Antiquité, s'est transmise de génération en génération avec une fortune singulière. Elle reste très actuelle dans le domaine de la matière, à l'échelle macroscopique, microscopique ou atomique. Elle resurgit même dans les problèmes de la perception, car les messages que nous envoie le monde extérieur revêtent tous, on le sait maintenant, l'aspect de « formes » descriptibles numériquement. Enfin, il n'est pas jusqu'au domaine de la pensée où elle ne retrouve un regain d'intérêt, puisque les mécanismes mentaux relèvent de la technique des impulsions électriques et de la micro-chimie, donc, en dernière analyse d'une certaine mathématique. Les nombres se retrouvent partout, ils régissent toute connaissance : le scientifique les manipule explicitement, l'artiste implicitement.

Le phénomène musical en particulier passait depuis toujours pour être l'activité « mathématique » par excellence, et Leibniz écrivait encore en 1712 : « La musique est un exercice d'arithmétique secrète et celui qui s'y livre ignore qu'il manie des nombres » (lettre à Goldbach). De son côté, Lord Kelvin, en 1850, précisait : « Si vous pouvez mesurer ce dont vous parlez et l'exprimer par un nombre, vous savez quelque chose de votre sujet; sinon vos connaissances sont d'une pauvre espèce et bien peu satisfaisantes, quelle que soit la question dont vous vous occupez. »

Ces citations ont une résonance très moderne et retrouvent curieusement de l'actualité depuis l'apparition des ordinateurs, où tout problème est soluble si on sait l'exprimer par des chiffres.

Cependant, lorsqu'on passe aux phénomènes de la perception et de l'intégration des sons par l'homme, il est certain que les choses ne sont pas si simples, et l'expérience montre rapidement à quel point il faut se défier d'une numérolgie ou d'une métrologie simpliste en ce domaine.

Il n'en reste pas moins que des phénomènes objectifs, qui sont à la base de la musique et de l'acoustique, sont fondamentalement liés à des combinaisons de grandeurs physiques, donc, en dernière analyse, de nombres. Il est donc utile d'en rappeler ici les propriétés fondamentales qui nous concernent.

Puissances

Élever un nombre (7 par exemple) à la puissance 2, 3, 5..., c'est multiplier ce nombre par lui-même 2, 3, 5... fois.

EXEMPLE : 7 puissance 5, qui s'écrit 7^5 est égal à :

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 16\,807$$

le nombre 5, placé légèrement au-dessus et à droite s'appelle *l'exposant*.

En acoustique, on utilise couramment les puissances du nombre 10, et nous retrouverons bientôt la « suite » :

$$\begin{array}{r} 10^0 - 10^1 - 10^2 - 10^3 - 10^4 \text{ etc.} \\ = 1 \quad 10 \quad 100 \quad 1\,000 \quad 10\,000 \text{ etc.} \end{array}$$

Racines

Trouver la racine d'un nombre, par exemple la racine quatrième de 81 (on écrit $\sqrt[4]{81}$ ou $81^{\frac{1}{4}}$), c'est trouver un autre nombre qui, multiplié 4 fois par lui-même, donnera 81. Soit ici

$$\sqrt[4]{81} = 3. \text{ En effet, } 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81.$$

L'opération d'extraction d'une racine carrée peut se faire par voie arithmétique ou en utilisant les logarithmes; mais il existe des tables donnant instantanément les racines carrées, cubiques, etc.

En acoustique, on se sert surtout de la racine carrée et de la racine douzième de 2, cette dernière étant utilisée pour calculer les fréquences d'une gamme tempérée par demi-tons égaux. Nous y reviendrons par la suite.

Logarithmes

Leur rôle est considérable en acoustique musicale parce qu'une des lois fondamentales de la perception nous apprend qu'en première approximation, les sensations sont liées aux phénomènes physiques par des lois logarithmiques. Ainsi, dix violons jouant simultanément ne jouent pas 10 fois plus fort qu'un seul, pas plus que dix morceaux de sucre ne multiplient la sensation de « sucré » par 10...

Les musiciens s'effraient facilement, et à tort, devant le mot de logarithme; celui-ci implique d'abord la notion de « progression » ou de « série » :

1° Une progression est une suite de nombres dont chacun est relié au précédent par une même loi, une même « raison ». On peut imaginer toutes sortes de progressions.

Nota. — Ceux que les développements mathématiques rebutent, peuvent passer tout le chapitre qui va suivre (de la page 10 à la page 18), étant donné qu'il est apparu sur le marché, depuis la première édition de cet ouvrage, un « outil » beaucoup plus facile à manipuler que la règle à calcul lorsqu'il s'agit de trouver le logarithme d'un nombre ou de faire tous autres calculs utiles, en acoustique musicale. Cet « outil », qui s'est fortement popularisé depuis, est la « calculatrice de poche » dont les modèles simples sont désormais de prix abordable.

Deux progressions en particulier nous concernent ici :

a) **La progression géométrique**, de raison 10 et qui débute à 1 ⁽¹⁾. C'est la série des puissances de 10 que nous avons vue plus haut, où chaque nombre est égal au précédent multiplié par 10, soit :

$$1 \quad 10 \quad 100 \quad 1\ 000 \quad 10\ 000 \quad \text{qui s'écrit aussi :} \\ 10^0 - 10^1 - 10^2 - 10^3 - 10^4 \quad \text{etc.}$$

On notera que l'exposant est égal au nombre de zéros :

$$10^2 = 100, \dots, 10^4 = 10\ 000, \text{ etc.}$$

b) **La progression arithmétique**, débutant à 0 et de raison 1, obtenue en ajoutant successivement 1 à partir de zéro :

$$0 - 1 - 2 - 3 - 4, \text{ etc.}$$

Superposons à présent les deux séries précédentes sur une règlette (fig. 2).

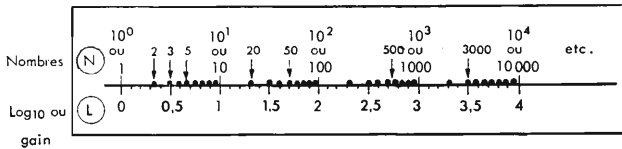


FIG. 2. — *L'échelle des logarithmes*. Si on superpose une échelle de nombres en progression géométrique (puissances de 10) et une autre en progression arithmétique (suite des nombres entiers), cette dernière donne d'emblée le logarithme à base 10 d'un nombre lu sur l'échelle supérieure.

Exemple : le logarithme de 3 est égal à 0,47.

Les logarithmes jouent un rôle important en acoustique, parce qu'en première approximation « la sensation est comme le logarithme de l'excitation » (Loi de Fechner, valable pour tous les sens).

Appelons série des nombres, la série du haut (N) et série des logarithmes à base 10 celle du bas (L). On dira alors, par convention :

$$\log 1 = \log 10^0 = 0; \log 10 = \log 10^1 = 1; \log 100 = \log 10^2 = 2; \\ \log 1\ 000 = \log 10^3 = 3, \text{ et ainsi de suite.}$$

On se rappellera facilement que l'exposant d'une puissance de 10 représente le logarithme du nombre correspondant ($\log 10^7 = 7$, etc.).

OBSERVATIONS IMPORTANTES. — *La division du bas est régulière* : entre 0 et 1, il y a la même distance qu'entre 1 et 2 ou entre 3 et 4, etc., et, entre ces limites,

⁽¹⁾ On peut, bien entendu, choisir une « raison » différente de 10, par exemple 2..., mais on aura, dans ces conditions, des logarithmes à base 2 ou autre.

les 10 subdivisions sont égales. C'est pourquoi 0,5 est au milieu de l'intervalle entre 0 et 1; 2,5 est au milieu de l'intervalle 2 et 3, etc.

La division du haut, par contre, est très particulière : Reprenons la figure 2. On a, par définition, la même distance entre 1 et 10 qu'entre 10 et 100 ou 100 et 1 000, etc. Entre les nombres du haut (N) et ceux du bas (L), on a donc la relation :

$$N = 10^L$$

(N représentant, comme il a été précisé, la série des puissances de 10).

Pour subdiviser la ligne des N, en parties plus petites, nous ne pourrions visiblement pas adopter la méthode de subdivisions équidistantes que nous avons utilisée pour la ligne L. Il faut donc définir une règle pour élaborer la graduation de la ligne N. Elle est simple : pour chercher la correspondance entre une graduation du bas (ligne L) et celle du haut (N), on commence par mettre le nombre du bas sous forme fractionnaire. Ainsi, au point sur L où nous avons porté 0,5 on posera 1/2, ce qui est évidemment la même chose; de même au point où l'on trouve 0,33... on mettra : 1/3, etc. On déterminera ensuite facilement les valeurs de N grâce à la relation précédente ($N = 10^L$), où L est exprimé par les fractions que nous venons de calculer. On aura :

$$N = 10^{\frac{1}{2}} ; \quad N' = 10^{\frac{1}{3}} ; \quad N'' = 10^{\frac{1}{4}}, \text{ etc.}$$

Prenons un exemple. Soit à calculer le nombre N correspondant au milieu, entre 0 et 1 sur la ligne L, soit 0,5, soit 1/2. On aura :

$$N = 10^{\frac{1}{2}}$$

Or, tout le monde sait que $10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} = 3,1\dots$

Bref, la graduation à porter sur la ligne N en face de $L = 0,5$ sera 3,1...

On calcule de même toutes les autres correspondances, dans la mesure où on sait calculer $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[5]{10}$, etc.

Laissons ce soin aux mathématiciens, qui, tous calculs faits, nous fournissent, toute faite, une réglette intéressante, puisque, à simple lecture, nous obtenons le logarithme d'un nombre quelconque.

Soit à trouver le logarithme de 3 par exemple. On repère ce nombre sur la ligne du haut (N) et on lit la correspondance sur la ligne du bas (L), soit 0,47... On dit que le logarithme de 3 est 0,47.

De même, on vérifie que le logarithme de 50 = 1,70 environ; celui de 3 200 = 3,50, etc., et ainsi de suite.

On notera un fait curieux :

Si on prend le logarithme du nombre 3, on trouve 0,47; pour le logarithme de 30, on a 1,47; pour le logarithme de 300 : 2,47; pour le logarithme de 3 000 : 3,47, etc. Ainsi les logarithmes de 3, 30, 300, 3 000, etc., *ne diffèrent que par le chiffre qui est devant la virgule*. Ce chiffre s'appelle la « *caractéristique* » du logarithme. On le trouve de façon bien simple, sans regarder la

réglète : il suffit de compter le *nombre de chiffres* du nombre (avant la virgule, s'il y en a une) et de retrancher un. Ainsi la caractéristique de 300 est 2, celle de 3 000 est égale à 3, etc.

Dans ces conditions, il est tout à fait inutile de faire une réglète portant tous les nombres jusqu'à 10 000 ou 100 000... Il suffit de prendre le premier fragment de la réglète précédente (entre 1 et 10) et de le faire assez grand pour obtenir une bonne précision de lecture (fig. 3, b).

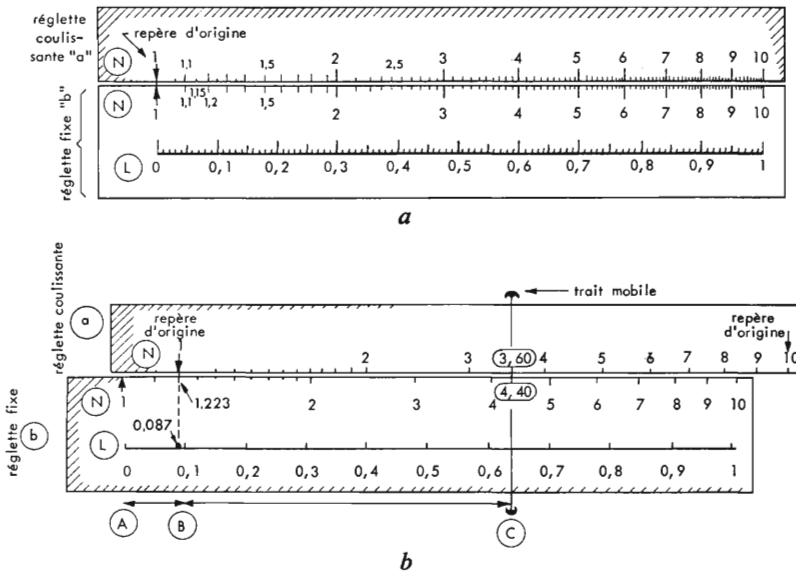


FIG. 3. — La règle à calcul (3, a). Elle comporte une réglète fixe (b) qui représente, agrandie, la partie de la figure 2 comprise entre 0 et 10 pour les nombres. Au-dessus de cette réglète fixe, une autre, coulissante, portant la suite des nombres, permet d'additionner ou de soustraire des logarithmes, ou de multiplier et de diviser des nombres, ce qui est la même chose. La règle à calcul est pratique pour l'acousticien, parce qu'elle permet de calculer avec une précision suffisante et avec une grande rapidité, des intervalles ou des gains d'intensité.

La figure 3, b correspond au calcul de l'intervalle entre deux sons (440 et 360 Hz) indiqué dans le texte.

Pour trouver le logarithme d'un nombre quelconque, par exemple 3 500, on procédera alors comme suit :

— on commence par chercher la caractéristique, que l'on fait suivre d'une virgule. Le nombre 3 500 a 4 chiffres; la caractéristique est donc $4 - 1 = 3$,

— on cherche ensuite ce qui est derrière la virgule et que l'on appelle la « mantisse ». La mantisse de 3 500 est celle de 3,5 que notre réglète « b » nous donne, soit 0,54. Le logarithme de 3 500 est donc égal à la caractéristique 3, suivie de 0,54; soit 3,54.

La règle à calcul classique, que tout musicien devrait savoir manipuler, se compose de deux parties (fig. 3, a).

— *La réglette fixe du bas* (*b*) dont nous venons de parler. La ligne des nombres (*N'*) (*) va de 1 à 10; elle est donc divisée en 9 parties inégales marquées 1, 2, 3, 4, ..., 10. Entre 1 et 2, se trouvent dix subdivisions permettant de lire avec précision les valeurs 1,1 — 1,2 — 1,3 — ... — 2. Chacune de ces subdivisions est encore divisée en 10. Cette disposition permet de lire sur *N'* des nombres comportant deux décimales entre 1 et 10, ce qui est suffisant en acoustique musicale.

La ligne des logarithmes (*L*) est divisée en dix parties égales entre 0 et 1; on peut lire ainsi 0,1 — 0,2 — 0,3, etc. Chacune de ces subdivisions (par exemple de zéro à 0,1 ou de 0,3 à 0,4) est encore partagée en 10 parties égales. Bref, la ligne *L* comporte 100 petits intervalles égaux dont chacun, disons-le tout de suite, *correspond à 10 savarts* (le savart est un petit intervalle musical que nous retrouverons souvent) : entre le zéro et le 1 de la ligne *L*, on a 1 000 savarts.

— *La réglette du haut, mobile*, comporte la même graduation que la ligne *N'*; c'est une deuxième ligne des nombres.

On peut s'amuser à fabriquer soi-même une telle règle; mais on en trouve à prix modique d'excellents modèles dans le commerce.

Cette règle va nous être utile en diverses circonstances :

Soit à trouver le logarithme d'un nombre donné. — La réglette (*b*) nous permettra de le lire instantanément pour n'importe quel nombre, comme on a vu plus haut. L'intérêt de cette opération apparaîtra à tout le monde lorsque nous en serons au chapitre de la sensation d'intensité. Anticipons cependant quelque peu pour le montrer déjà.

L'expérience courante, et valable pour tous nos sens, montre qu'en additionnant deux, trois, quatre... sept sources d'excitation identiques, sonores par exemple, on n'entend pas deux, trois, quatre... sept fois plus fort qu'avec une seule source. Les physiologues qui ont étudié ce problème (Fechner en particulier) ont montré que la sensation variait comme le logarithme de l'excitation. Lorsque nous comparons deux sons, que nous jugeons *le rapport entre les sensations* qu'ils nous procurent respectivement, nous apprécions *un certain gain* lorsque nous passons du plus faible au plus fort. Ce gain est donc comme le logarithme du rapport des deux excitations.

Prenons, par exemple, une excitation (*2E*) double de l'autre (*E*). Le rapport de ces deux excitations est $2E/E = 2$. Le gain de sensation quand nous passons de l'une à l'autre, est donc égal au logarithme de 2, que nous lisons directement sur la règle, et qui est égal à 0,3 seulement...

Si nous avons comparé une source avec 7 sources simultanées identiques, le rapport des excitations étant 7, nous n'aurions eu qu'un gain correspondant à $\log 7 = 0,845$ pour la sensation, nombre que nous fournit directement la règle à calculer.

Nous retrouverons cette question plus en détail plus loin.

(*) *Nota.* Par la suite, on appellera *N'* les nombres de la *réglette fixe du bas*, et *N* les nombres de la *réglette mobile du haut*.

2° Les logarithmes servent également à calculer *des intervalles* à partir de la fréquence de deux sons. Précisons d'abord que les logarithmes permettent de gagner beaucoup de temps dans les calculs usuels. En effet, additionner ou soustraire deux nombres est beaucoup plus expéditif que de les multiplier ou de les diviser...

Or, précisément, multiplier deux nombres revient exactement au même qu'additionner leurs logarithmes; de même, diviser deux nombres revient au même que soustraire leurs logarithmes. Cela découle directement de la relation $N = 10^L$. Pour multiplier deux nombres N et N' , il suffit de se rappeler que

$$NN' = 10^L \cdot 10^{L'} = 10^{L+L'}$$

De même,

$$\frac{N}{N'} = \frac{10^L}{10^{L'}} = 10^{L-L'}$$

La règle à calculer va donc nous permettre de multiplier et de diviser deux nombres par simple manipulation de la réglette mobile.

a) **Multiplication de deux nombres.** — Soit à multiplier 1,223 par 3,66.

— Nous commençons par glisser la réglette coulissante vers la droite, de façon à amener son repère d'origine en face du nombre 1,223 sur la ligne N' (fig. 3, b).

— Ensuite, nous repérons, sur la réglette coulissante du haut (a), le multiplicateur; soit 3,60, et... nous lisons directement en face, *sur la ligne N'* , la réponse, soit 4,40.

En fait, nous avons additionné le log AB de 1,2 avec le log BC de 3,6..., mais la règle à calcul nous a donné la réponse instantanée. Rappelons que si nous avons voulu la réponse de $122,3 \times 366$, l'opération, à la virgule près, aurait été exactement la même. Faire des multiplications avec une règle à calcul se résume donc uniquement à un problème de lecture sur la règle et à un problème de virgule.

Signalons en passant un cas particulier. Supposons que nous ayons à multiplier 5,40 par 8,30; on vérifie immédiatement que si on amène le repère d'origine de la réglette (a) sur 5,40, la graduation de 8,30 sur la réglette mobile « sort » vers la droite et il n'y a plus possibilité de lire la réponse en face, sur la ligne N' . La solution est alors bien simple. Puisque 1 et 10, c'est la même chose du point de vue logarithmique, à la caractéristique près, on pousse alors la réglette mobile *vers la gauche* et, au lieu de placer le repère d'origine (1) de la réglette (a) devant 5,40, on y amène le deuxième repère d'origine qui est à droite (10). La réponse se lit alors facilement en face de la graduation 8,30 de la réglette (a).

Division de deux nombres. — C'est évidemment l'opération inverse de la multiplication. Elle ne présente aucune autre difficulté supplémentaire.

Prenons un exemple : soit à diviser 4,40 par 3,66. Toute règle à calcul comporte un petit coulisseau mobile, plaquette transparente portant un simple trait fin vertical et que l'on peut glisser le long de la règle à volonté. Ce « trait mobile » permet de « retenir » un nombre quelconque et de mieux lire les coïncidences entre nombres correspondants sur les 3 lignes N, N' et L.

Commençons donc par « retenir » le dividende (4,40) sur *la ligne du bas* (N'), en glissant dessus le trait mobile.

Ensuite, tirons vers la droite la réglette mobile (*a*) jusqu'au moment où la division 3,6 de la ligne N (diviseur) se place également sous la ligne mobile, c'est-à-dire en face du dividende. Nous trouvons instantanément la réponse en face du repère d'origine (sous le 1) de la ligne N, soit 1,223...

Ici, nous avons, en fait, retranché du log de 4,40 (AC) le log de 3,60 (BC). Il reste AB, et le nombre correspondant à B, sur la ligne N', en face du repère d'origine de N' donne la réponse cherchée.

Tout cela est finalement beaucoup plus rapide et simple à faire qu'à expliquer; on s'entraînera avec une réglette en papier comme celle que l'on trouve plus haut.

L'intérêt de savoir faire une division avec la règle à calcul est évident en acoustique musicale.

En effet, les intervalles musicaux sont mesurés à l'aide d'unités logarithmiques : nous y reviendrons plus loin. Mais d'ores et déjà, attirons l'attention sur la méthode simple permettant, avec la règle, de calculer un intervalle musical en « savarts » entre deux sons dont on connaît le nombre de vibrations par seconde (la fréquence). Donnons un exemple.

Soit à connaître l'intervalle entre le la_3 (440 Hz) et une note de 366 Hz (à peu près fa dièse₃).

Divisons 440 par 366. Le résultat est identique à celui de l'opération 4,40 : 3,66 que nous avons vue plus haut ; la réponse numérique est 1,223... Mais ni la fraction 440/366, ni le nombre décimal 1,223 qui la représente ne sont perceptivement intéressants : ce qui l'est c'est le logarithme de cette grandeur. Sur la ligne L nous lisons directement le logarithme de 1,223 soit 0,087. Or *l'intervalle en savarts entre deux fréquences est, par définition, le logarithme de leur rapport multiplié par mille.*

La réponse est donc instantanée : l'intervalle entre 440 et 366 Hz est égal à $0,087 \times 1\ 000$, soit 87 savarts.

Trouver un intervalle musical entre deux sons est donc rapide et simple avec une règle à calcul : inutile d'être « mathématicien ». Or, une partie importante de l'acoustique musicale suppose des manipulations d'intervalles : problème des gammes, problèmes de « justesse », etc. On vérifie facilement qu'une octave comporte 300 savarts (valeur arrondie, suffisamment précise) qu'un demi-ton tempéré vaut $300 : 12 = 25$ savarts; un quart de ton, 12,5 savarts; un comma (holdérien) 5 savarts environ, etc.

La règle à calcul offre de même un gros intérêt pour l'extraction des racines, en particulier de la racine douzième de 2. L'opération ne présente aucune difficulté, car extraire une racine douzième d'un nombre, revient à *diviser le*

logarithme de ce nombre par 12 et rechercher ensuite le nombre correspondant au résultat. Considérons par exemple la racine douzième de $2 (\sqrt[12]{2})$.

On trouve : $\log 2 = 0,300$; $0,300 : 12 = 0,025$. On met le trait mobile sur 0,025 de la ligne L et on lit directement en face, sur la ligne N', la réponse, soit : 1,059...

L'opération précédente correspond au découpage logarithmique de l'octave (nombre 2) en 12 parties égales. Le nombre 1,059 signifie que pour passer d'un son de fréquence donnée au demi-ton tempéré supérieur, il suffit de multiplier la fréquence par 1,059, etc. Nous reviendrons sur toutes ces questions plus loin.

Signalons qu'il existe depuis peu dans le commerce de petites machines à calculer permettant de faire toutes les opérations précédentes avec une grande précision. La règle à calcul classique est cependant moins chère, moins encombrante, moins sujette à pannes, tout en restant largement assez précise.

Les unités

utilisées en acoustique

Les unités physiques usuelles que nous retrouverons ici sont : le mètre (m) et le millimètre (mm), la seconde (s) et la milliseconde (ms), le kilogramme (kg) et le gramme (g), le litre (l). Nous serons amenés à parler aussi de masse volumique, de masse linéique (masse de l'unité de longueur d'une corde), de modules d'élasticité et de torsion, de taux d'humidité (%), de température en degrés Celsius (°C), etc. Les unités spécifiques à l'acoustique, musicale en particulier, sont le hertz (Hz), unité de fréquence; le décibel (dB) et le phone, caractéristiques de l'intensité; et, enfin, pour les intervalles musicaux : l'octave, le demi-ton tempéré, le savart, le comma, etc. Que l'on ne s'effraie pas : ces unités seront utilisées, non pour faire des « mathématiques », mais pour expliciter les variables de quelques formules élémentaires relatives à des phénomènes importants en acoustique. Elles nous seront utiles pour définir *les dimensions* des phénomènes que nous serons amenés à étudier.

A vrai dire, ce ne sont généralement pas les dimensions intrinsèques qui sont intéressantes en acoustique, mais la façon dont ces dimensions varient les unes par rapport aux autres. Pour saisir d'emblée ces variations, on a tout intérêt à utiliser des représentations graphiques, où l'une des grandeurs est portée sur l'axe horizontal (axe des abscisses) et l'autre sur l'axe vertical (axe des ordonnées). Les graduations peuvent être « linéaires »; dans ce cas, elles sont équidistantes et représentent un même accroissement de la quantité représentée (fig. 4, a et 4, b). Elles peuvent être « logarithmiques », et alors deux longueurs identiques ne représentent pas la même quantité (fig. 4, c et 4, d).

Comme exemple de variation simultanée de deux grandeurs (temps et intensité), prenons le diagramme 4, e; il représente l'évolution de l'intensité d'un son en fonction du temps, c'est-à-dire son « profil dynamique ». Ce diagramme met en évidence la notion importante d'attaque, de tenue et d'extinc-

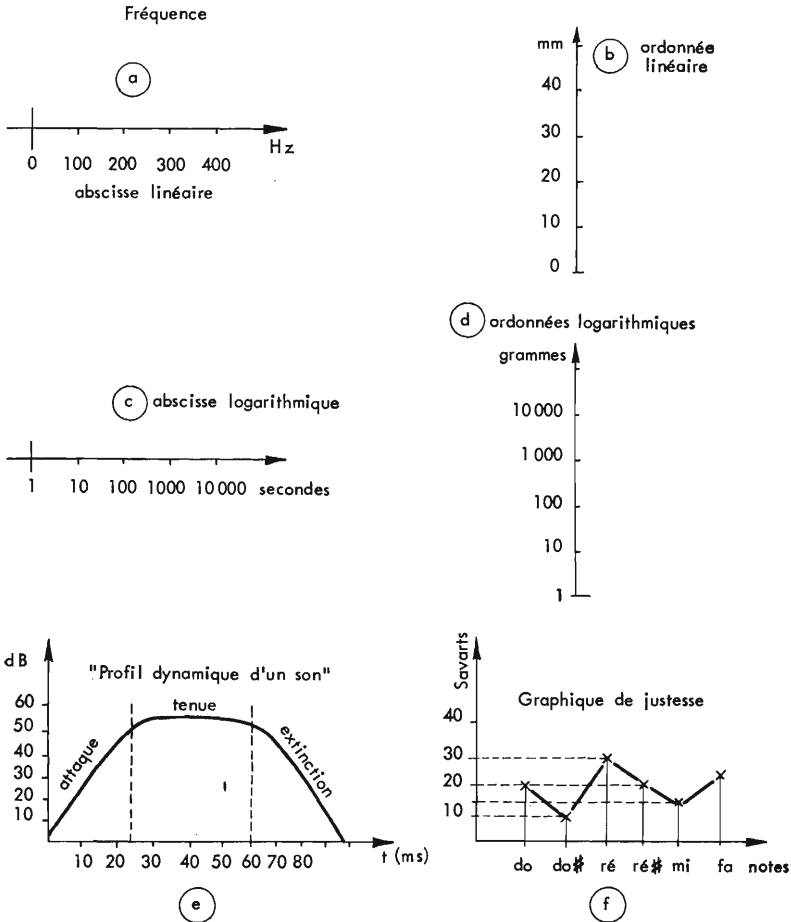


FIG. 4. — Diagrammes utilisant les différentes unités acoustiques. Abscisses et ordonnées peuvent, selon les besoins, être graduées linéairement (équidistance pour des quantités égales) ou logarithmiquement (puissances de 10 par exemple). L'allure des phénomènes apparaît beaucoup plus clairement sur un diagramme que sur des tableaux de chiffres; ainsi le profil dynamique d'un son ou la justesse d'un instrument sont-ils saisis d'emblée (fig. 5, e et 5, f).

tion du son. Le diagramme (4, f) donne, pour 6 notes, la justesse des sons d'un instrument par rapport à une référence donnée.

Un diagramme est toujours plus « parlant » qu'un tableau de nombres, car il permet de saisir l'ensemble du phénomène étudié. Lorsqu'on fait un diagramme, il convient de ne pas oublier de porter les unités en abscisse et en ordonnée; lorsqu'on « lit » un diagramme, il faut d'abord regarder les unités.

En résumé, les notions de nombres, de puissance, de racine et de logarithme sont précieuses en acoustique musicale. Elles reviennent constamment dans les relevés et les diagrammes qui sont la base de cette science fondamentalement expérimentale.

CHAPITRE III

MOUVEMENTS PÉRIODIQUES SINUSOIDES — LOI DE FOURIER

Les notions qui vont suivre sont fondamentales; elles sont simples, et ne nécessitent aucun développement « mathématique » pour être comprises. Elles impliquent surtout la définition précise d'une certaine terminologie qui revient constamment dans le langage usuel de l'acousticien, du commerçant en matériel électro-acoustique, et du « musicien expérimental ».

PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES

Définition. — Un phénomène est *périodique* lorsqu'il se reproduit indéfiniment, identique à lui-même, au bout d'un certain temps appelé *période*.

Ce phénomène peut être de nature quelconque : mouvement d'un point matériel, variations de pression de l'air, variation de lumière ou de couleur, etc. Ce sont surtout les deux premiers cas qui nous intéressent ici.

Voici quelques exemples (fig. 5) :

Prenons une petite masse P , posée sur une table (fig. 5, a), soulevons et abaissons-la x fois par seconde à une hauteur de 2 cm, par exemple... Nous avons réalisé un mouvement périodique (fig. 5, a).

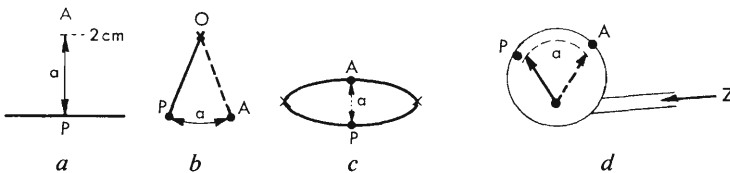


FIG. 5. — *Mouvements périodiques.* Une masse soulevée à intervalles identiques, un pendule, une corde, un manomètre excité régulièrement, réalisent des phénomènes périodiques, se reproduisant, semblables à eux-mêmes, au bout d'un temps donné appelé « période ».

Il en est de même d'une petite masse P accrochée à un fil OP et libérée, qui oscille entre A et P : ici, nous avons affaire à un mouvement périodique « pendulaire » (fig. 5, b). Il en est encore ainsi pour un point P d'une corde tendue entre X et Y (fig. 5, c), abandonnée à elle-même (fig. 5, c), ou pour l'aiguille d'un manomètre dans lequel nous soufflons à intervalles réguliers (fig. 5, d), etc.

Pour montrer l'intérêt de la représentation des phénomènes à l'aide de diagrammes, reprenons le premier cas, celui de la masse P que nous soulevons périodiquement à une hauteur de 2 cm, jusqu'en A et 4 fois par seconde. Portons en abscisse le temps, et en ordonnée la hauteur ou « élongation » du mouvement (fig. 6).

Ce mouvement est caractérisé par les variables suivantes dont on retiendra les définitions :

a = amplitude. — Elle représente l'écartement, l'élongation maximum d'un point à partir de la position de départ. C'est une distance en unités de longueur, cm, mm ou microns, par exemple.

f = fréquence. — C'est un nombre par unité de temps. Pour définir une fréquence, on donne le nombre de mouvements identiques, par exemple, en une seconde; on parle alors de « cycles par seconde », ou de « Hertz » (Hz); cette dernière unité est actuellement quasi généralisée. A ce propos, signalons qu'il convient absolument d'abandonner l'ancienne dénomination de « vibrations simples » (1/2 Hz), cette unité étant inadéquate pour étudier les phénomènes réels relevant de l'acoustique musicale.

T = période. — C'est la durée en secondes (s) ou millisecondes (ms) d'un mouvement isolé.

Dans l'exemple que nous avons choisi (fig. 6), nous dirons que ce mouvement périodique a une amplitude de 2 cm, une fréquence de 4 Hz et une période de 1/4 de seconde.

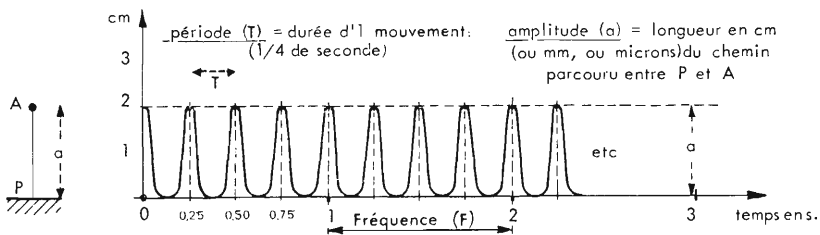


FIG. 6. — Représentation graphique d'un mouvement périodique. La période et l'amplitude qui caractérisent le phénomène apparaissent clairement sur le diagramme.

On notera que la période est l'inverse de la fréquence, ce qui est évident. S'il y a 4 mouvements en une seconde, chacun durera bien entendu 1/4 de seconde; si un son a une fréquence de 500 Hz, sa période sera de 1/500 de seconde (ou 2 ms).

Exemples divers. — a) Les angles. — On sait que le périmètre du cercle est égal à πd , c'est-à-dire au diamètre multiplié par 3,14. Si on préfère utiliser le rayon, on a $2\pi r$.

Le périmètre correspond à un angle de 360° (4 angles droits). Pour des raisons pratiques, on n'utilise pas le degré pour définir mathématiquement un mouvement sinusoïdal, mais une autre unité angulaire : *le radian*.

La notion de radian est bien simple. Prenons un cercle de centre O et de rayon OB (r). Portons une longueur égale à ce rayon sur le périmètre du cercle, en partant de B (fig. 7, a).

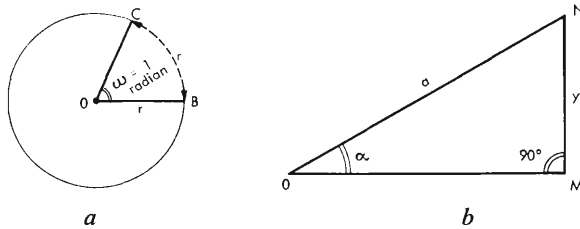


FIG. 7. — *Radian et sinus*. Un radian correspond à l'angle sous-tendu par un arc égal au rayon du cercle (7, a). Le sinus d'un angle est le rapport entre le côté opposé à cet angle et l'hypoténuse du triangle rectangle. Ces notions sont indispensables pour comprendre ce qu'est une « sinusoïde ».

L'angle ω (BOC) ainsi déterminé est *un radian*.

Puisque le périmètre du cercle est égal à $2\pi r$, il est évident qu'un cercle complet comportera 2π radians, ce qui correspond, comme on a vu plus haut, à 360° .

Bref, $360^\circ = 2\pi$ radians; ou encore $360^\circ = 2 \times 3,14\dots$ radians = $6,28\dots$ radians. D'où $1 \text{ radian} = 360^\circ : 6,28 = \text{environ } 57^\circ 19'$.

b) Le sinus (fig. 7, b). — Prenons un triangle rectangle OMN (angle droit en M). On appelle sinus de l'angle α le rapport entre le côté opposé à α (MN) et l'hypoténuse (ON).

Appelons $MN = y$ et $ON = a$.

On a : $\sin \alpha = \frac{y}{a}$, ce qui peut encore s'écrire $y = a \sin \alpha$. Nous retrouverons cette forme plus loin.

On notera que le sinus est une quantité intrinsèque à la notion d'angle, et indépendante de l'échelle du triangle. Tous les triangles, semblables à ONM, ont pour l'angle α le même sinus !

c) **Vitesse linéaire.** — Un point mobile possède *une vitesse uniforme* (V), lorsqu'à chaque instant sa vitesse reste constante, c'est-à-dire lorsque les espaces parcourus pendant des intervalles de temps consécutifs égaux sont eux-mêmes égaux.

La distance (d) parcourue par ce point est égale à la vitesse (V) multipliée par la durée (t) du mouvement. Soit

$$d = V \times t$$

En intervertissant les termes, on peut également définir la valeur de V ou de t ; soit :

$$V = d/t \quad \text{ou} \quad t = d/V$$

Exemple pratique :

Vitesse uniforme de ma voiture = 80 km/heure

Durée t du mouvement = 3 heures.

On a :

$$\text{distance parcourue } d = 80 \times 3 = 240 \text{ km}$$

ou bien :

$$V = 240 : 3 = 80 \text{ km}$$

ou encore :

$$t = 240 : 80 = 3 \text{ heures...}$$

d) Vitesse angulaire. — Quand un point se déplace sur un cercle, avec une vitesse uniforme, on peut définir sa position à chaque instant en connaissant sa vitesse linéaire, ou sa vitesse angulaire en radians par seconde. Supposons (fig. 8, a) que le point B se déplace avec une vitesse uniforme sur le

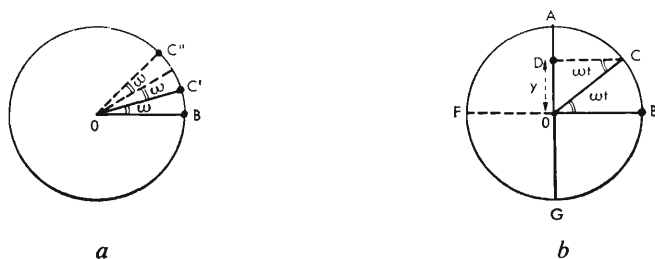


FIG. 8. — *Vitesse angulaire uniforme et position d'un point mobile sur un cercle.* Connaissant la vitesse angulaire en radians (fig. 8, a) et la durée du mouvement (8, b), on peut déterminer avec précision, à chaque instant, la situation d'un point mobile en mouvement uniforme sur un cercle. La projection (D) du point mobile, sur l'axe des ordonnées, détermine l'équation élémentaire du mouvement sinusoïdal.

cercle, dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre). Au bout d'une seconde, il sera arrivé au point C' . La vitesse linéaire du point B, c'est-à-dire le chemin parcouru par B en une seconde, est donc égal à l'arc BC' . L'angle ω , balayé simultanément, et mesuré en radians (ou en degrés) correspond à la vitesse angulaire.